

1 SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

1.1 Método de Gauss-Jordan (2 puntos)

Utilice el método de Gauss-Jordan para resolver los siguientes sistemas:

$$1. \begin{cases} 9x_2 - 7x_3 = 2 \\ -x_3 = -2 \\ -3x_1 + 6x_2 + 8x_3 = 1 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + 2x_2 - 4x_3 = 4 \\ -2x_1 - 4x_2 + 8x_3 = -8 \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = -2 \\ -3x_1 + x_4 = 1 \\ 5x_2 + 8x_3 = 3 \end{cases}$$

1.2 Sistemas homogéneos (2 puntos)

Encuentre todas las soluciones a los siguientes sistemas homogéneos:

$$1. \begin{cases} 3x_1 - 5x_2 = 0 \\ 5x_1 + 4x_2 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = 0 \\ 2x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0 \\ 3x_1 + 7x_2 - x_3 = 0 \end{cases}$$

1.3 Compatibilidad de sistemas (1,5 puntos)

Determine si los siguientes sistemas son compatibles sin resolverlos completamente:

$$1. \begin{cases} x_1 - 6x_2 = 5 \\ x_2 - 4x_3 + x_4 = 0 \\ -x_1 + 6x_2 + x_3 + 5x_4 = 3 \\ -x_2 + 5x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} 2x_1 - 4x_4 = -10 \\ 3x_2 + 3x_3 = 0 \\ x_3 + 4x_4 = -1 \\ -3x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 5 \end{cases}$$

1.4 Eliminación gaussiana (1 punto)

La matriz aumentada de un sistema lineal se redujo mediante operaciones de fila a la forma indicada. En cada caso, continúe con las operaciones adecuadas de fila y describa el conjunto solución del sistema original.

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 7 & 3 & -4 \\ 0 & 1 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} 1 & -5 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

1.5 Resolución de sistemas (1,5 puntos)

Encuentre las soluciones generales de los sistemas cuyas matrices aumentadas se presentan a continuación:

$$1. \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 & 7 \\ 3 & 9 & 7 & 6 \end{bmatrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} 3 & -4 & 2 & 0 \\ -9 & 12 & -6 & 0 \\ -6 & 8 & -4 & 0 \end{bmatrix}$$

$$3. \begin{bmatrix} 1 & -7 & 0 & 6 & 5 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & -3 \\ -1 & 7 & -4 & 2 & 7 \end{bmatrix}$$

1.6 Discusión de sistemas (2 puntos)

1. Determinar el valor o los valores de h tales que las matrices dadas sea la matriz aumentada de un sistema lineal compatible:

$$a) \begin{bmatrix} 1 & h & 4 \\ 3 & 6 & 8 \end{bmatrix}$$

$$b) \begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 \\ -4 & h & 8 \end{bmatrix}$$

2. Hallar los valores de a , b , y c (si existen) tales que el sistema:

$$\begin{cases} x + y = 2 \\ y + z = 2 \\ x + z = 2 \\ ax + by + cz = 0 \end{cases}$$

tenga:

- a) solución única
- b) ninguna solución
- c) infinitas soluciones

3. Dada la matriz $A = \begin{bmatrix} 1 & k & 2 \\ -3 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

- a) Si A es la matriz ampliada de un sistema lineal ¿cuál es el número de ecuaciones y cuál el de incógnitas?
 - b) Si A es la matriz ampliada de un sistema lineal, hallar para qué valores de k es compatible.
 - c) Si A es la matriz de coeficientes de un sistema lineal homogéneo, determinar el número de ecuaciones y de incógnitas.
 - d) Si A es la matriz de coeficientes de un sistema lineal homogéneo, hallar los valores de k para los que es compatible.
-